东北育才学校科学高中部2020-2021学年度上学期第一学段检测高一年级数学试卷

满分150分 答题时间120分钟

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．命题“”的否定是（ ）

A． B．

C． D．

2．设集合，则（ ）

A． B． C． D．

3．已知，则“”是“”的

A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

4．已知，则的定义域为（ ）

A． B． C． D．

5．如果函数在区间*I*上是减函数，而函数在区间*I*上是增函数，那么称函数*y*=*f*（*x*）是区间*I*上“缓减函数”，区间*I*叫做“缓减区间”．可以证明函数的单调增区间为，；单调减区间为，．若函数是区间*I*上“缓减函数”，则下列区间中为函数*I*的“缓减函数区间”的是（ ）

A．（﹣∞，2] B． C． D．

6．已知函数在上的最大值为，则*m*的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

7．设，且，则（ ）

A．有最小值为 B．有最小值为 C．有最小值为 D．有最小值为4

8．已知函数则函数的值域为（ ）

A． B． C． D．

**二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得3分.**

9**.** 已知函数有两个不同的根，，以下结论正确的是

A. B. 若，则C. D. 有四个根

10．下列命题正确的是（ ）

A． B．，使得

C．是的充要条件 D．，则

11．已知且，那么下列不等式中，恒成立的有（ ）

A． B． C． D．

12．某同学在研究函数的性质时，联想到两点间的距离公式，从而将函数变形为，则下列结论正确的是（ ）

A．函数在区间上单调递减，上单调递增

B．函数的图象关于直线对称

C．函数的最小值为，没有最大值 D．方程的实根个数为2

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.**

13．定义在*R*上的函数满足：①对任意的，都有；②当时，，则函数的解析式可以是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14．已知，，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

15．定义运算，则*m*的取值范围是\_\_\_\_\_*.*

16．函数的定义域为D，若对于任意，，当时，都有，则称函数在D上为非减函数，设函数在[0，1]上为非减函数，且满足以下三个条件：①；②；③，

则\_\_\_\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四、解答题：本题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. （10分）已知集合，．

1当时，求，； 2当时，求，；

3当时，求*a*的取值范围．

18. （12分）命题“”，命题“”，当*p*和*q*都为真命题时，求实数*a*的取值范围．

已知，，若是的充分而不必要条件，求实数*m*的取值范围．

19. （12分）用综合法证明不等式：；

设*a*，*b*，*c*均为正数，且 用分析法证明：．

20. （12分）已知在R上单调递增的满足，

解不等式

若在上恒成立，求*m*的取值范围．

21. （12分）已知函数对任意,有，且，当时，,.

(1)求证：是上的减函数；

(2)求在上的最大值和最小值；

(3)若，求实数的取值范围.

22. （12分）经测算，某型号汽车在匀速行驶过程中每小时耗油量与速度的关系可近似表示为

该型号汽车的速度为多少时，可使得每小时耗油量最少？

已知*A*，*B*两地相距，假定该型号汽车匀速从*A*地驶向*B*地，则汽车速度为多少时总耗油量最少？

**参考答案**

1. A
2. B 集合表示曲线上的点组成的集合.

集合表示曲线上的点组成的集合.

由解得：.所以.

3. A解：，则“”“”， “”“或”，  
“”是“”的充分非必要条件．故选*A*．

4．D 由题意可知，令，则，，

，解得令，解得

函数的定义域为

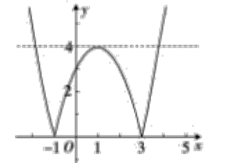
5．C 由题意可知，对于，是二次函数，

其对称轴为，在区间上为减函数，对于，

在区间和上为减函数，在和为增函数，

若函数是区间上“缓减函数”，则在区间上是减函数，

函数在区间上是增函数，区间为或 ，

6．D【详解】的图象如下图：

对称轴为，

令，得.

因为，

所以数形结合可得或.故选：D

7．A 解：根据题意，，因为，

所以

当且仅当，即时等号成立，故有最小值为.

8．D，由，解得.

.令，

函数.当时，；

当时，，函数的值域为.

9. ABC：

解：函数有两个零点，则，解得，故*A*正确；，若，则，故*B*正确；

函数的图像的对称轴为，则，故*C*正确；

函数为偶函数，

当两个零点，异号时，函数有两个零点，

当两个零点，有一个等于0，函数有三个零点，

当两个零点，同号时，函数有四个零点，

函数可能有两个，三个，四个零点，故*D*错误．

故选*ABC*．

10．AD

A．当时，不等式成立，所以A正确.  
B. 当时，，不等式不成立，所以B不正确.  
C. 当时，成立，此时，推不出.所以C不正确.  
D. 由，因为，则, 11．ABC ，(当且仅当时取得等号)．所以选项A正确

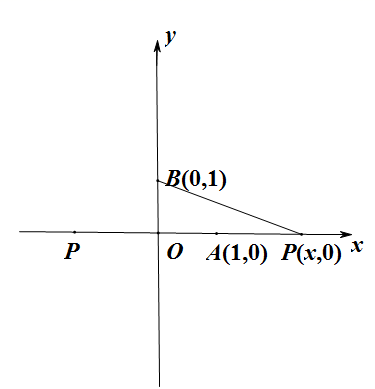
由选项A有，设，则在上单调递减.

所以，所以选项B正确

(当且仅当时取得等号)，

．所以选项C正确.

（当且仅当时等号成立），所以选项D不正确．

12．ACD

设点，，函数表示*x*轴上的点到*A*、*B*两点的距离之和，

由图可知，当点*P*由*x*的负半轴方向向原点*O*移动时，的和逐渐变小，即函数区间上单调递减，

当点*P*由点*A*向*x*的正半轴方向移动时，的和逐渐变大，即函数在区间上单调递增，故*A*正确；

，而，

显然，故不存在存在实数，使得函数的图象关于直线对称，故*B*错误；

当点*P*移动到点*A*时，的和最小，最小值为，没有最大值，即函数的最小值为，没有最大值，故*C*正确；

方程即，解之得：或，故*D*正确.

13．（或，答案不唯一）

在中，令，得；令，

则，故是奇函数，由时，，

知或等，答案不唯一.

故答案为：（或，答案不唯一）.

14． 因为，，＝，

所以．故答案为：

15．. 依题意,有*|m-*1*|*≤*m*⇔*-m*≤*m-*1≤*m*⇔*m*≥∴*m*的取值范围是

故答案为

16．  依题意知，，，

由，令得；

因为，令，

，，令，

，

，

函数在上为非减函数，，，故，

，故答案为.

17.【答案】解：因为集合，．  
Ⅰ当时，；，；  
Ⅱ当时，；，；  
Ⅲ当时，须有；即*a*的取值范围是：．  
18.【答案】解：若*p*是真命题，则，因为，所以；  
若*q*为真命题，则方程有实根，  
所以，即或，  
由*p*真*q*也真时，所以或；  
由得．  
所以“”：．  
由得，所以“”：．  
由是的充分而不必要条件知  
故*m*的取值范围为．  
19..【答案】解：，，  
同理，，  
，  
，  
当且仅当时等号成立．  
要证，只需证，  
只需证，  
只需证，  
只需证，  
即证，上式显然成立，  
．  
20..【答案】解由题可得在*R*上单调递增，  
由，可得，  
解得：，故原不等式的解集为：．  
由题知在上恒成立，，  
即在上恒成立，  
令，  
则  
即，  
故*m*的取值范围为：．  
21. **（1）略；（2）；（3）**

22.【答案】解：当时，  
，

所以当时，*y*取得最小值，最小值为．

当时，函数单调递减，故当时，*y*取得最小值，最小值为．

因为，所以当，即该型号汽车的速度为时，可使得每小时耗油量最少．

设总耗油量为，由题意可知，

当时，，

当且仅当，即时，*l*取得最小值，最小值为16；

当时，为减函数，

所以当时，*l*取得最小值，最小值为10．

因为，所以当速度为时，总耗油量最少